

B.A./B.Sc. (Part-I) Examination, 2018

MATHEMATICS

Second Paper

BMG-102

(Calculus)

Time : Three Hours]

[Maximum Marks : 65

Note : Attempt questions from **all** sections as per instructions.

सभी खण्डों से निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

Section-A/खण्ड-अ

(Very Short Answer Type Questions)

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

Note : Attempt all parts of this question. Give answer of each part in about 50 words.

इस खण्ड के सभी भागों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न के उत्तर लगभग 50 शब्दों में दीजिए। $1\frac{1}{2} \times 10 = 15$

1. (i) Show that the limit of the given function does not exist.

दर्शाइये कि दिये गये फलन की सीमा का अस्तित्व नहीं है।

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x - 2|}{x - 2}$$

- (ii) Give the statement of Rolle's theorem.

रोल प्रमेय का प्रकथन कीजिए।

- (iii) Write the Taylor's theorem with Cauchy's form of remainders.

टेलर प्रमेय को कोशी अवशेष रूप में लिखिये।

- (iv) Evaluate

मान ज्ञात कीजिए

$$\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \tan \frac{\pi x}{2}$$

- (v) Write the Jacobian of:

जैकोबियन लिखिए-

y_1, y_2, \dots, y_n with x_1, x_2, \dots, x_n .

- (vi) Show that the polar subnormal for the curve $r=a\theta$ is constant.

दिखाइये कि वक्र $r=a\theta$ का ध्रुवीय उप अभिलम्ब नियत है।

- (vii) Define radius of curvature.

वक्रता त्रिज्या को परिभाषित कीजिए।

- (viii) Find the envelope of the curve $y^2=2a(x-a)$.

वक्र $y^2=2a(x-a)$ का अन्वालोप ज्ञात कीजिए।

- (ix) Prove that-

सिद्ध कीजिए-

$$\Gamma(n+1) = n\Gamma(n)$$

- (x) State the Dirichlet's test for n -variables.

n -चर राशियों के लिए डिरिक्लेट प्रमेय लिखिए।

Section-B / खण्ड-ब

(Short Answer Type Questions)

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

Note : Attempt all questions. Give answer of each part in about 200 words. $6 \times 5 = 30$
 सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर अधिकतम 200 शब्दों में दें।

2. Prove that the function $f(x) = |x|$ is continuous at $x=0$ but not differentiable at $x=0$.

सिद्ध कीजिए कि फलन $f(x) = |x|$ $x=0$ पर सतत है लेकिन अवकलनीय नहीं है।

OR/अथवा

If $y = e \tan^{-1} x$ prove that

$$(1 + x^2)y_{n+2} + [2x(n+1) - 1]y_{n+1} - n(n+1)y_n = 0$$

यदि $y = e \tan^{-1} x$ सिद्ध कीजिए

$$(1 + x^2)y_{n+2} + [2x(n+1) - 1]y_{n+1} - n(n+1)y_n = 0$$

3. Expand $\sin x$ in powers of $(x - \pi/2)$.

फलन $\sin x$ को $(x - \pi/2)$ की घात में प्रसारित कीजिए।

OR/अथवा

Verify Euler's theorem when:

$$u = \frac{x(x^3 - y^3)}{x^3 + y^3}$$

यूलर प्रमेय को सत्यापित कीजिए यदि-

$$u = \frac{x(x^3 - y^3)}{x^3 + y^3}$$

4. Discuss the maxima and minima of the function $u=x^3 y^2(1-x-y)$

फलन $u=x^3 y^2(1-x-y)$ का अधिकतम एवं न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

OR/अथवा

Show that the radius of curvature to the curve

$$y=6x+5x^2+x^3 \text{ at the origin is } \frac{37\sqrt{37}}{10}.$$

(5)

दिखाइये कि वक्र $y=6x+5x^2+x^3$ की मूल बिन्दु से जाने वाली वक्रता जीवा की लम्बाई $\frac{37\sqrt{37}}{10}$ है।

5. Show that the point of inflection of the curve

$$y^2=(x-a)^2(x-b) \text{ lie on the line } 3x+a=4b.$$

दिखाइये कि वक्र $y^2=(x-a)^2(x-b)$ के रूपान्तरण बिन्दु रेखा $3x+a=4b$ पर हैं।

OR/अथवा

Find the asymptote of the curve $x^3+2x^2y-xy^2-2y^3+xy-y^2-1=0$

वक्र $x^3+2x^2y-xy^2-2y^3+xy-y^2-1=0$ की अनन्त स्पर्शियों को ज्ञात कीजिए।

6. Find the whole area included between the curve

$$x^2y^2=a^2(y^2-x^2) \text{ and its asymptotes.}$$

वक्र $x^2y^2=a^2(y^2-x^2)$ और उसकी अनन्त स्पर्शियों के बीच का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

OR/अथवा

Show that:

दिखाइये कि:

$$\int_0^{2a} x^3(2ax - x^2)^{1/2} dx = \frac{7}{8} \pi a^5$$

Section-C/खण्ड-स

(Long Answer Type Questions)

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

Note : Attempt any two questions. Give answer of each question in about 500 words.

किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर अधिकतम 500 शब्दों में दें। $10 \times 2 = 20$

7. Prove that the area of curve $x^5 + y^5 = 5ax^2y^2$ is five times of the area of one loop of the curve $r^2 = a^2 \cos 2\theta$.

सिद्ध कीजिए कि वक्र $x^5 + y^5 = 5ax^2y^2$ का क्षेत्रफल वक्र $r^2 = a^2 \cos 2\theta$ के एक लूप के क्षेत्रफल का पाँच गुना है।

8. Find the value of $\Gamma(1/2)$

$\Gamma(1/2)$ का मान ज्ञात कीजिए।

9. Trace the curve $y^2(x-a) = x^2(x+a)$

वक्र $y^2(x-a) = x^2(x+a)$ को रेखांकित कीजिए।

10. If ρ and ρ' be the radius of curvature at the extremitiess of two conjugate diameters of an ellipse; prove that

$$(ab)^{2/3} (\rho^{2/3} + \rho'^{2/3}) = a^2 + b^2$$

यदि ρ और ρ' दीर्घवृत्त के संयुगमी व्यास के अन्तः बिन्दु पर वक्रता त्रिज्या है तो सिद्ध कीजिए-

$$(ab)^{2/3} (\rho^{2/3} + \rho'^{2/3}) = a^2 + b^2$$

11. Evaluate $\int_0^\infty \int_0^x xe^{-x^2/y} dx dy$ by change in the order of integration:

समाकलन के क्रम परिवर्तन के द्वारा $\int_0^\infty \int_0^x xe^{-x^2/y} dx dy$ का मान ज्ञात कीजिए।

<http://www.vbssstudy.com>

Whatsapp @ 9300930012

Your old paper & get 10/-

पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से