

**BSC (PART - I) EXAMINATION, 2016**

**MATHEMATICS  
Paper Second : Calculus**

**Note : Answer questions from all Sections as per instructions.**

**Section-A (Very Short Answer Type Questions)**

Attempt all parts of this question. Give answer of each part in about 50 words.  $1 \frac{1}{2} \times 10 = 15$

1. (i) Show that दर्शाइये कि—  
does not exist उपरोक्त फलन की सीमा का अस्तित्व नहीं है।
- (ii) Write the  $n$ th differential coefficient of the product of two functions.  
दो फलनों के गुण का  $n$ वाँ अवकल गुणांक लिखिये।
- (iii) Write Taylor's theorem with Couchy's form of remainder.  
टेलर प्रमेय को कोशी अवशेष रूप में लिखिये।
- (iv) Evaluate : हल कीजिये—  

$$\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \tan \frac{\pi x}{2}$$
- (v) Write the Jacobian of : जैकोबियन लिखिये—  
 $u_1, u_2, \dots, u_n$  with regard to  $x_1, x_2, \dots, x_n$ .
- (vi) Show that in equiangular spiral  $r = a e^{\theta \cot \alpha}$  the angle between the tangent and the radius vector is constant.  
दर्शाइये कि वक्र  $r = a e^{\theta \cot \alpha}$ , के लिए स्पर्शी और त्रिज्या के बीच का कोण अचल होता है।
- (vii) Define asymptote. What is the shorter method of finding the asymptotes?  
अनन्त स्पर्शी को परिभाषित कीजिये। इसे प्राप्त करने का लघु तरीका क्या है?
- (viii) Write the reduction formula for the integral.  
समाकलन को कम करने की विधि लिखिये—  

$$\int \sin^n x dx$$

- (ix) Define Beta and Gamma functions.  
बीटा और गामा फलनों को परिभाषित कीजिये।
- (x) Write the formula for volumes and surfaces of solids of revolution.  
किसी आयतन एवं तल के किसी अक्ष के सापेक्ष घूमने से बने ठोस को प्राप्त करने का सूत्र लिखिये।

**Section-B (Short Answer Type Questions)**

Attempt all questions. Give answer of each question in about 200 words.  $6 \times 5 = 30$

2. Prove that the function  $f(x) = |x|$  is continuous at  $x = 0$  but not differentiable at a  $x = 0$ .  
सिद्ध कीजिये कि फलन  $f(x) = |x|, x = 0$  पर सतत है, लेकिन अवकलनीय नहीं है।

अथवा

If यदि  $y^{1/m} + y^{-1/n} = 2x$  then prove that तो सिद्ध कीजिये कि—

$$(n^2 - 1)y_{n+2} + (2n + 1)xy_{n+1} + (n^2 + m^2)y_n = 0$$

3. Expand  $2x^3 + 7x^2 + x - 1$  in powers of  $(x - 2)$ .

फलन  $2x^3 + 7x^2 + x - 1$  को  $(x - 2)$  की घात में प्रसारित कीजिये। अथवा

$$\text{If } U = \sin^{-1} \left\{ \frac{x^2 + y^2}{x + y} \right\} \text{ then show that } x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \tan u$$

यदि  $U = \sin^{-1} \left\{ \frac{x^2 + y^2}{x + y} \right\}$  तो सिद्ध कीजिये कि—  $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \tan u$

4. Find the minimum value of  $x^2 + y^2 + z^2$  when  $ax + by + cz = p$ .

फलन  $x^2 + y^2 + z^2$  का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिये। जबकि  $ax + by + cz = p$  है। अथवा

Prove that the radius of curvature at any point  $t$  of the cycloid.  
सिद्ध कीजिये कि त्रैन्यम वक्रता सायक्लायड—

$$x = a(t + \sin t);$$

$$y = a(1 - \cos t)$$

$$\rho = 4a \cos(t/2)$$

5. Trace the curve (Folium of Descartes)  $x^3 + y^3 = 3axy$   
वक्र  $x^3 + y^3 = 3axy$  का अनुरेखण कीजिए।

अथवा

Find the reduction formula for :  $\int \cos^m x \sin nx dx$ .

समाकलन  $\int \cos^m x \sin nx dx$  को कम करने का सूत्र ज्ञात कीजिए।

6. Find the length of the astroid वक्र की लम्बाई ज्ञात कीजिये—

$$x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$$

अथवा

Transform the integral समाकलन—

$$\int_0^2 \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} \frac{xdx \times dy}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

by changing to polar co-ordinate and hence evaluate it.

को रूप पोलर कोआर्डिनेट में बदल कर लिखिये और मान निकालिये।

### Section-C (Long Answer Type Questions)

Attempt any two questions. Give answer of each question in about 500 words.

$10 \times 2 = 20$

7. Use taylor's theorem to prove that :

टेलर के प्रमेय का प्रयोग करके सिद्ध कीजिये—

$$\tan^{-1}(x + h) = \tan^{-1}x + h \sin \theta \frac{\sin \theta}{1} (h \sin \theta)^2$$

$$\frac{\sin 2\theta}{2} + (h \sin \theta)^3 \frac{\sin 3\theta}{3} + (-1)^{n-1} (h \sin \theta)^n \frac{\sin m\theta}{m} + \dots$$

Where जहाँ  $\theta = \cot^{-1} x$

i) Prove that : सिद्ध कीजिये—

$$\frac{\partial(u, v)}{\partial(u, y)} \times \frac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)} = 1$$

ii) Find out the polar formula for the radius of curvature.

वैज्ञक वक्रता का धूम्रीय सूत्र ज्ञात कीजिये।

iii) Find the value of  $\sqrt{1/2}$  and hence prove that :

$\sqrt{1/2}$  का मान ज्ञात कीजिये और इस प्रकार समाकलन सिद्ध कीजिये—

$$\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

ii). State Pappus theorem and use it to find the position of the centroid of a semi circular area.

पैप्स के प्रमेय को लिखिये और इसका प्रयोग कर अर्द्ध वृत्ताकार क्षेत्रफल का गुरुत्व केन्द्र ज्ञात कीजिए।