

BSC (PART – I) EXAMINATION, 2017

MATHEMATICS
Paper Second : Calculus

Note : Answer questions from all Sections as per instructions.

Section–A (Very Short Answer Type Questions)

Attempt all parts of this question. Give answer of each part in about 50 words.

$1\frac{1}{2} \times 10 = 15$

- (i) Define limit and continuity of a function.
फलन की सीमा और सतता की परिभाषा दीजिए।
- (ii) Find the left hand derivative at the origin for the function :
निम्न फलन का मूलबिन्दु पर बायाँ अवकलन ज्ञात कीजिए—

$$f(x) = |x|$$

- (iii) State the Maclaurin Theorem. मेकलॉरिन प्रमेय लिखिए।
- (iv) Evaluate : मान ज्ञात कीजिए—

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xe^x - \log(1+x)}{x^2}$$

- (v) Define curvature of a curve at a point.
वक्र के किसी बिन्दु पर वक्रता की परिभाषा दीजिए।
- (vi) Find the polar subtangent for the following curve.
निम्न वक्र की ध्रुवीय उपस्पर्शी ज्ञात कीजिए—

$$2a/r = 1 - \cos \theta$$

- (vii) Define a cusp. कस्प की परिभाषा दीजिए।
- (viii) Evaluate : मान ज्ञात कीजिए— $\int_0^{\infty} x^4 e^{-x^2} dx$

- (ix) State the Dirichlet's theorem for n -variables.
 n -चर राशियों की डिरिचलेट प्रमेय लिखिए।

- (x) Find the envelope of the curve : $y = mx + \sqrt{a^2m^2 + b^2}$

वक्र $y = mx + \sqrt{a^2m^2 + b^2}$ का एनविलप ज्ञात कीजिए—

Section–B (Short Answer Type Questions)

Attempt all questions. Give answer of each question in about 200 words.

$6 \times 5 = 30$

2. Examine the continuity and differentiability of the function :
फलन :

$$f(x) = \begin{cases} x \sin(1/x) & \text{if } x \neq 0 \\ 0 & \text{if } x = 0 \end{cases}$$

at the point $x = 0$.

के बिन्दु $x = 0$ पर सांतत्य एवं अवकलनीयता का परीक्षण कीजिए। अथवा

If $y = \sin(m \sin^{-1} x)$, prove that $(1-x^2)y^2 - xy_1 + m^2y = 0$ and deduce that :

यदि $y = \sin(m \sin^{-1} x)$ तो सिद्ध कीजिए कि :

$$(1-x^2)y^2 - xy_1 + m^2y = 0 \text{ और इसे निगमित कीजिए—}$$

3. Evaluate : मान ज्ञात कीजिए—
 $(1 - x^2)y_{n+2} - (2n + 1)xy_{n+1} - (n^2 - m^2)y_n = 0$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan x}{x} \right)^{1/x^2}$$

If $x^x y^y z^z = C$, Show that at $x = y = z$ $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -[x \log(ex)]^{-1}$ अथवा

यदि $x^x y^y z^z = C$ तो दिखाईए कि $x = y = z$ पर $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -[x \log(ex)]^{-1}$

4. Show that the minimum value of $u = xy + \frac{a^3}{x} + \frac{a^3}{y}$ is $3a^2$.

दिखाइए कि $u = xy + \frac{a^3}{x} + \frac{a^3}{y}$ का न्यूनतम मान $3a^2$ है।

Show that chord of curvature through the pole of the curve अथवा

$$r^n = a^n \cos n\theta \text{ is } \frac{2r}{n+1}$$

दिखाइए कि वक्र $r^n = a^n \cos n\theta$ की पोल से जाने वाली वक्रता जीवा $\frac{2r}{n+1}$ है।

5. Find the point of inflexion of the curve $y(a^2 + x^2) = x^3$.

वक्र $y(a^2 + x^2) = x^3$ के रूपान्तरण बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए।

Find the asymptotes of the curve :

वक्र की अनन्तस्पर्शियों को ज्ञात कीजिए—

$$4x^3 - 3xy^2 - y^3 + 2xy^2 - xy - y^2 - 1 = 0$$

6. Find the area common to the circle $r = a\sqrt{2}$ and $r = 2a \cos \theta$

वक्रों $r = a\sqrt{2}$ और $r = 2a \cos \theta$ के बीच का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। अथवा

Prove that : सिद्ध कीजिए कि—

$$\Gamma[n] \Gamma[1-n] = \frac{\Gamma 1}{\sin n \Gamma 1} \quad 0 < n < 1$$

Section - C (Long Answer Type Questions)

Attempt any two questions. Give answer of each question in about 500 words.

7. Show that if a function is differentiable at a point, it is continuous; but the converse is not necessarily true. 10 × 2 = 20

सिद्ध कीजिए कि यदि एक फलन किसी बिन्दु पर अवकलनीय है तो वह वहाँ पर सतत भी होगा, लेकिन इसका विपरीत कथन सत्य नहीं है।

8. If ρ and ρ' be the radius of curvature at the extremities of two conjugate diameters of an ellipse, prove that :

यदि ρ और ρ' दीर्घवृत्त के संयुग्मी व्यास के अन्तः बिन्दु पर वक्रता त्रिज्या है, तो सिद्ध

कीजिए— $(ab)^{2/3} (\rho^{2/3} + \rho'^{2/3}) = a^2 + b^2$

Trace the curve $y^2 (a^2 + x^2) = x^2 (a^2 - x^2)$

वक्र $y^2 (a^2 + x^2) = x^2 (a^2 - x^2)$ को रेखांकित कीजिए।

Change the order of integration in the double integral

$\int_0^\infty \int_x^\infty \frac{e^{-x}}{y} dx dy$ and hence find the value.

द्विसमाकरण $\int_0^\infty \int_x^\infty \frac{e^{-y}}{y} dx dy$ का क्रम परिवर्तित कीजिए तथा इसका मान भी ज्ञात कीजिए।

Prove that : सिद्ध कीजिए कि—

$$B(m, m) = \frac{\sqrt{\pi} \Gamma(m)}{2^{2m-1} \Gamma[m + 1/2]}$$

<https://www.vbspustudy.com>

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से